

Морис Алле

ПОВЕДЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧЕЛОВЕКА В УСЛОВИЯХ РИСКА: КРИТИКА ПОСТУЛАТОВ И АКСИОМ АМЕРИКАНСКОЙ ШКОЛЫ*

Maurice Allais. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine // Econometrica, April 1953, v.21, no.2, p.503-549
Перевод к.э.н. И.А.Егорова

1. Основная задача данного исследования – критическое изложение постулатов и аксиом теорий риска американской школы.

Нам представляется целесообразным разбить наше изложение на две части. В первой части мы попытаемся объяснить, какова наша собственная концепция; во второй мы займемся, с учетом уже высказанных соображений, критическим анализом формулы Бернулли и, в особенности, различных аксиом американской школы.

I. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СООБРАЖЕНИЯ

2. *Психологические факторы, действующие при выборе в условиях риска.* Среди факторов, имеющих значение при выборе в условиях риска, следует тщательно отделять существенные от второстепенных.

Это различие может быть проиллюстрировано весьма простым примером. Теорию формирования рыночной цены можно построить на основе кривых предложения и спроса, пренебрегая в первом приближении издержками, которые несут покупатели и продавцы в связи с самими операциями купли-продажи. Анализ показывает, что эти факторы в целом играют второстепенную роль, и учет при первом приближении издержек, связанных с обменом, лишь маскировал бы те обстоятельства, которые для теории цены являются фундаментальными.

Такое же различие можно провести и для риска. Среди психологических факторов имеются: а) такие, которые играют основную роль и которыми нельзя пренебречь даже при первом приближении, не искажая серьезно природу явлений; и б) такие, которые, напротив, вполне можно вводить лишь при более детальном анализе в качестве кор-

* Статья публикуется с сокращениями. Более полные и развернутые варианты этой работы см. в книге: Allais M. and Hagen O. (eds.). Expected Utility Hypothesis and the Allais Paradox. Dordrecht: D.Reidel, 1979.– *Прим. ред.*

ректирующих факторов¹. Чтобы сократить изложение, в настоящей работе мы рассмотрим лишь основные факторы.

3. Любая теория риска, если она стремится быть реалистической и намерена описать ключевые параметры выбора в условиях неопределенности, с необходимостью должна учитывать следующие четыре фактора.

4. Фактор I. *Психологическая деформация денежных величин и изгиб [кривой] абсолютного удовлетворения**. При выборе в условиях неопределенности индивид исходит не из денежной величины g возможного выигрыша, а из психологического значения $\gamma = \bar{s}(g)$, которое он придает этому выигрышу².

¹ Сюда относятся: издержки участия в любой игре; удовольствие от игры, рассматриваемое само по себе; величина порога минимально воспринимаемых выигрышей и т.д.

* Во франкоязычной экономической литературе по традиции, восходящей к Вальрасу, термином "удовлетворение" обозначают полезность. Говоря об изгибе кривой абсолютного удовлетворения (кардинальной полезности), Алле имеет ввиду, что полезность равных приращений денежных сумм падает по мере роста богатства, т.е. речь идет об убывании предельной полезности денег. – *Прим. ред.*

² В нашем "Трактате чистой экономической теории" (Allais, 1953, введение и р.156–157) мы обозначили психологическое значение термином "абсолютное удовлетворение" (satisfaction absolue), в противовес показателю порядкового удовлетворения (satisfaction ordinale). В англосаксонской терминологии психологическое значение обозначается выражением "cardinal utility" (кардинальная, или "количественная" полезность), в противоположность "ordinal utility" (ординальной, или "порядковой" полезности); см. об этом также Lange, 1934; Armstrong, 1939.

Понятие психологического значения играет, на наш взгляд, фундаментальную роль в теории выбора в условиях неопределенности. Поскольку это понятие является сегодня предметом острой критики со стороны многих авторов, мы считаем полезным привести здесь несколько соображений.

Прежде всего имеется возможность дать этому интуитивно ясному понятию операциональное определение, используя или эквивалентные психологические уровни, или же минимальные пороги восприятия выигрыша. Почти все опрошенные лица *безо всяких колебаний утвердительно* отвечают на следующий вопрос: "Предпочитаете ли вы наследство в 100 млн. франков наследству в 10 тыс. франков сильнее, чем наследство в 10 тыс. франков наследству в 1 тыс. франков?" Однозначность ответов свидетельствует, что понятие эквивалентных психологических уровней *без всякого сомнения* отражает действительную психологическую реальность восприятия людей.

Впрочем, и на практике подобное понятие использует законодатель, когда устанавливает прогрессивный подоходный налог. Можно считать, что в глазах законодателя, по меньшей мере при демократическом режиме, минимальные уровни восприятия денежных величин для разных индивидов имеют один и тот же вес. Впрочем, эти уровни, по всей видимости, учитываются и в других политических системах, но только берутся они с различными весами для разных индивидов.

Довольно любопытно, что со времен Парето из экономической теории было постепенно изгнано столь важное понятие, как психологическое значение денежных величин (к тому же прекрасно подходящее для изложения таких вопросов, как теория выбора – см., напр. Allais, 1953, р.373–375 – или теория риска).

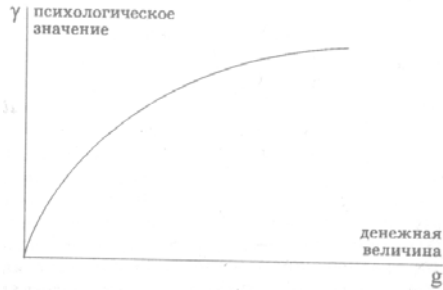


Рис. 1

Из этого следует, что если предельное удовлетворение $\bar{s}^1(g)$ является убывающей величиной и если убывание происходит достаточно быстро (сильная выпуклость вниз функции $\bar{s}^1(g)$), то даже если денежное значение одного выигрыша десятикратно превышает денежное значение другого, с психологической точки зрения первый выигрыш может быть ценнее второго лишь вдвое, а то и того меньше.

5. Фактор II. *Субъективная деформация объективных вероятностей.* Некоторые люди, верящие в свою счастливую звезду, недооценивают вероятность неблагоприятных для них событий и переоценивают вероятность благоприятных. Обратное верно для людей, которые считают, что в жизни их преследуют неудачи. Таким образом, объективные вероятности подвергаются субъективной деформации³.

Во всяком случае очевидно, что *индивид учитывает лишь те вероятности, которые он себе представляет, а не те, какие существуют в действительности.* При этом нет никакого основания полагать, что субъективные вероятности должны быть равны вероятностям объективным. Например, только профессиональный статистик может составить верное представление о том, что означает вероятность, равная одному шансу из ста.

Бывают даже случаи, когда понятие объективной (но не субъективной) вероятности полностью исчезает. Эти случаи соответствуют единичным, уникальным событиям (*coups isolés*). Здесь невозможно определить частоту, но тем не менее можно определить субъективную веро-

Подчеркнем, наконец, что в последующем изложении мы используем понятие абсолютного удовлетворения лишь для разъяснения нашей собственной точки зрения, но, как сможет убедиться читатель, применение этого понятия не является необходимым для опровержения тезисов американской школы, которое мы даем во второй части статьи.

³ Объективная вероятность события должна пониматься как величина, которая определяется на основе экспериментального измерения частоты наступления события.

Мы различаем частоту, оцениваемую *экспериментально*, или объективную вероятность, и частоту, оцениваемую *психологически*, или субъективную вероятность.

ятность, сравнив данный случай с событием, объективную вероятность наступления которого можно определить.

В дальнейшем мы будем обозначать символами p_i и \bar{p}_i соответственно объективные и субъективные вероятности.

6. Фактор III. *Взвешивание психологических значений выигрышей [денежных величин] по их вероятностям и учет математического ожидания (момент первого порядка) распределения вероятностей денежных значений выигрышей.* В первом приближении можно заменить рассмотрение распределения вероятностей психологических значений подсчетом одного только математического ожидания. Это приближение совершенно аналогично представлению совокупности чисел одним числом, равным их средней. Естественно, оно обладает как всеми преимуществами, так и всеми недостатками такого представления.

Если учесть одновременно три первых фактора, то мы приходим к тому, что оценивать неопределенную перспективу (perspective aléatoire)* надо не математическим ожиданием денежных значений выигрышей, а такой денежной величиной V , психологическое значение которой $\bar{s}(V)$ равно математическому ожиданию психологических значений, придаваемых различным возможным выигрышам. Так мы приходим к выражению:

$$\bar{s}(V) = \bar{p}_1 \bar{s}(g_1) + \bar{p}_2 \bar{s}(g_2) + \dots + \bar{p}_n \bar{s}(g_n) \quad (1)$$

которое можно назвать формулой Бернулли в память о первом предложившем ее авторе. Таким образом, в данном случае комбинируются по правилу сложения вероятностей не денежные значения выигрышей, а психологические.

7. Фактор IV. *Учет формы распределений вероятностей психологических значений и особенно их дисперсии (момент второго порядка).*

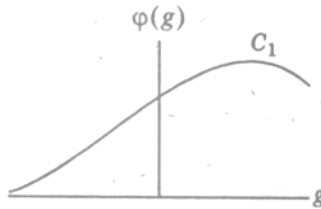


Рис. 2

* Неопределенной перспективой называется декартово произведение вектора возможных исходов и вектора вероятностей этих исходов.— Прим. ред.

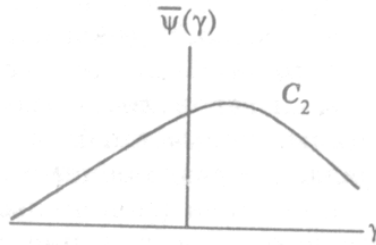


Рис. 3

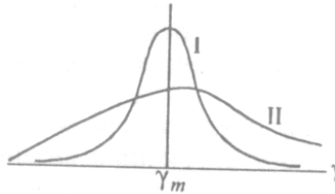


Рис. 4

В действительности неопределенная перспектива может быть представлена кривой распределения вероятностей различных выигрышей C_1 , изображающей значения $\varphi(g)$ плотности объективной вероятности.

Однако с учетом факторов II и III следует иметь в виду, что индивид рассматривает не кривую C_1 , а кривую C_2 , соответствующую распределению $\bar{\psi}(\gamma)$ субъективных вероятностей психологических значений, где

$$\gamma = \bar{s}(g) \tag{2}$$

Если индивид осторожен, то из двух неопределенных перспектив, которые характеризуются лапласовскими распределениями психологических значений и одной и той же средней величиной, предпочтение будет отдано той перспективе, которая имеет наименьшую дисперсию, т.е. распределению I на рис. 4. Если же индивид любит рисковать, то он, напротив, выберет перспективу, связанную с наибольшей дисперсией, т.е. распределение II на рис. 4.

Таким образом, с дисперсией психологических значений выигрышей связан четвертый фактор выбора в условиях неопределенности – положительные или отрицательные эмоции от ощущения риска как такового⁴, т.е. от участия в игре, где исходы отклоняются от средней.

⁴ По-английски "pleasure of gambling" (удовольствие от рискованной, азартной игры). Этот элемент не следует путать с удовольствием от физического участия в игре, "pleasure of the game", которое может рассматриваться в качестве второстепенного фактора.

Этот фактор объясняет, почему можно любить играть в азартные игры, даже если психологическая деформация денежных значений выигрышной отсутствует (что особенно это вероятно при игре на небольшие суммы), и даже если вероятности выигрышной оцениваются по их объективным значениям, полученным в ходе эксперимента. Так, можно играть в покер даже с гораздо более сильным соперником, если удовольствие от авантюрного хода (*combinaison*), результаты которого отклоняются от среднего исхода, достаточно сильно, чтобы компенсировать вероятную потерю.

Положительные или отрицательные эмоции, связанные с риском, являются дополнительным фактором, который присоединяется к чистому расчету, основанному на взвешивании удовлетворения, получаемого при различных возможных исходах, по соответствующим вероятностям (объективным или субъективным, в зависимости от обстоятельств).

Эмоциональный фактор следует четко отличать от фактора I – психологической деформации денежных значений выигрышной, хотя в целом они *тесно связаны друг с другом* и могут приводить к одинаковым следствиям.

8. *Дисперсия денежных значений выигрышной и дисперсия психологических значений.* Следует еще раз подчеркнуть, что чувствительность индивидов к дисперсии денежных значений выигрышной относительно их средней, обуславливается *сразу* тремя факторами: I, III и IV.

Даже если индивид был бы нечувствителен к дисперсии психологических значений выигрышной (фактор IV), он не может быть невосприимчив к дисперсии денежных значений в силу изменения наклона кривой абсолютного удовлетворения. Ибо двум изменениям богатства Δg_1 и Δg_2 с противоположными знаками, но равным по абсолютной величине, соответствуют изменения психологических значений богатства $\Delta \gamma_1$ и $\Delta \gamma_2$, чьи абсолютные величины не равны (см. рис. 5)

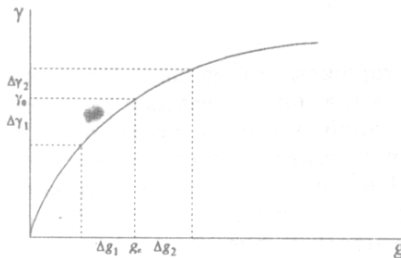


Рис. 5

Именно сходство следствий факторов I и IV с точки зрения денежных значений выигрышной и вносит неясность во все современные дискуссии⁵.

⁵ Это сходство может быть наглядно проиллюстрировано на следующем конкретном примере. Предположим, что некий путешественник находится в Марселе без денег и что он во что бы то ни стало хочет вернуться в Париж. Если у него в кармане всего лишь сто франков, то любая игра, которая даст ему как можно большую вероятность выиграть сумму денег, достаточную

Но восприимчивость к дисперсии денежных значений выигрышей, обусловленная выпуклостью вверх функции удовлетворения, совершенно отлична по своей природе от восприимчивости к дисперсии психологических значений – эта последняя является, на наш взгляд, фундаментальным элементом психологии риска.

[...]

10. *Чистая психология риска.* Мы считаем, что психология риска является чистой тогда, когда она связана лишь с четырьмя основными факторами (а) и ни с одним из второстепенных факторов (б). Фактически предметом всех современных дискуссий является именно чистая психология риска.

11. *Историческое развитие теоретической концепции чистой психологии риска.* Теоретическая концепция чистой психологии риска прошла последовательно четыре этапа⁶:

а) На *первом этапе* считалось, что значение неопределенной перспективы равно придаваемому ей математическому ожиданию денежных значений выигрышей:

$$V = p_1g_1 + p_2g_2 + \dots + p_n g_n \quad (3)$$

т.е. их средней, взвешенной по объективными вероятностям.

б) На *втором этапе* стали учитывать психологические значения выигрышей, которые заменили денежные значения в предыдущей формуле. Тем самым было предложено выражение

$$\bar{s}(V) = p_1\bar{s}(g_1) + p_2\bar{s}(g_2) + \dots + p_n\bar{s}(g_n), \quad (4)$$

где p_i – объективные вероятности.

Таким образом, в этом выражении согласно правилу сложения вероятностей комбинируются уже не доходы, а удовлетворения, приносимые этими доходами.

Именно к этой гипотезе естественным путем пришел Бернулли при объяснении так называемого Санкт-Петербургского парадокса; а позже именно она была использована Лапласом в его теории моральных

для покупки билета, будет для него выгодной, а правило максимизации математического ожидания денежных выигрышей не будет представлять для него никакого интереса, даже при первом приближении.

Такой расклад для нашего путешественника может объясняться как психологической деформацией денежных значений выигрышей (фактор I), когда психологическое значение $\bar{s}(g)$ резко возрастает в том случае, если g превышает стоимость билета; так и эмоциональным удовольствием от участия в игре, которая дает возможность выиграть больше, чем стоит билет (фактор IV).

Схожесть следствий факторов I и IV обуславливает также невозможность определения абсолютного удовлетворения $\bar{s}(g)$ в условиях неопределенности с помощью наблюдения за реальным выбором. Факторы I и IV в действительности являются нераздельными.

⁶ В действительности же, как представляется, некоторые авторы преодолели всего лишь три первых этапа, а некоторые даже отказываются пройти и третий.

ожиданий. К формуле этого типа пришли также в совсем недавнем прошлом фон Нейман и Моргенштерн (Нейман и Моргенштерн, 1970 [1947])⁷.

в) На *третьем этапе* была высказана идея, что индивид оперирует не объективными вероятностями, а психологическими представлениями о них, т.е. субъективными вероятностями. Так возникла формула

$$\bar{s}(V) = \bar{p}_1 \bar{s}(g_1) + \bar{p}_2 \bar{s}(g_2) + \dots + \bar{p}_n \bar{s}(g_n) \quad (5)$$

где \bar{p}_i – субъективные вероятности. Эта формула остается еще формулой Бернулли, но объективные вероятности уже заменены субъективными.

г) На *четвертом этапе*, наконец, пришли к тому, что следует учитывать не только средневзвешенные по вероятностям психологические значения $\gamma = \bar{s}(g)$, но также и [форму] распределения вероятностей, откуда следует формула

$$\bar{s}(V) = h[\psi(\gamma)], \quad (6)$$

где h есть некоторый функционал плотности вероятностей $\psi(\gamma)$.

На нынешнем, четвертом этапе развития концепций психологии риска, утверждается, что *дисперсия* психологических значений относительно их средней величины, несомненно, является столь же важным фактором, как и психологическая деформация денежных значений выигрышей и объективных вероятностей; и что следует – *даже в первом приближении* – учитывать момент второго порядка, т.е. дисперсию психологических значений выигрышей.

[...]

II. КРИТИКА ФОРМУЛЫ БЕРНУЛЛИ В КАЧЕСТВЕ ПРАВИЛА ПОВЕДЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧЕЛОВЕКА

Состояние проблемы

13. *Формула Бернулли.* Любому выигрышу g с вероятностью его получения p можно поставить в соответствие такой показатель $B(g)$, что оценка V неопределенной перспективы получить денежные величины g_1, g_2, \dots, g_n с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n определяется формулой

$$B(V) = \sum p_i B(g_i)$$

[...]

15. *Вопрос, вокруг которого ведется дискуссия.* Как представляется, *сегодня* все сторонники формулы Бернулли согласны с тем, что: (1) эта формула никоим образом не подходит для описания поведения реально-

⁷ Это – по крайней мере, на наш взгляд, – относится также и к Маршаку (Marschak, 1950), хотя он и утверждает, что показатель $B(g)$, к которому он приходит, учитывает также дисперсию психологических значений.

го человека, а описывает только поведение так называемого "рационального" человека; (2) показатель $B(g)$ не тождествен абсолютному удовлетворению $\bar{s}(g)$. Сегодня уже никто не поддерживает тот тезис, что абсолютное удовлетворение (кардинальную полезность) можно измерять путем эмпирического изучения выбора в условиях неопределенности⁸.

Таким образом, представители американской школы в целом отказались от тезиса о том, что формула Бернулли описывает поведение реальных людей, и в настоящее время расхождения в их рядах сохраняются лишь по поводу определения понятия вероятности. Сэвидж (Savage, 1952) и де Финетти (Finetti, 1937) считают, что на самом деле существуют только субъективные вероятности, в то время как Маршак (Marschak, 1950) использует объективные вероятности. Однако мы полагаем, что если бы речь шла только о поведении рационального человека, Сэвидж согласился бы с тем, что следует рассматривать объективные вероятности, определяемые на основе экспериментально наблюдаемых частот.

В этих условиях можно считать, что центральный тезис сторонников бернуллианской формулировки⁹ состоит в том, что для всякого рационального индивида с необходимостью существует такой показатель $B(g)$, что оценка V всякой неопределенной перспективы задается формулой

$$B(V) = \sum_i p_i B(g_i) \quad (7)$$

причем

$$\sum_i p_i = 1, \quad (8)$$

где p_i – объективные вероятности.

С их точки зрения, показатель $B(g)$ учитывает одновременно и психологическую деформацию денежных значений выигрышей, и большие

⁸ Так, Фридмен и Сэвидж, допуская в своей статье 1948 г. (см. Фридмен и Сэвидж, 1993), что формула Бернулли отражает абсолютное удовлетворение, т.е. кардинальную полезность, сегодня отказались от этой точки зрения и говорят об этой формуле лишь как о показателе, который предопределяет выбор. Однако, как представляется, во многих своих статьях Фридмен до сих пор отождествляет эти концепции.

В самом деле, если допустить, что $B(g) = s(g)$, то становится очевидно, что формула Бернулли не учитывает дисперсию психологических значений выигрышей (фактор IV в нашем анализе), и тогда мы были бы вынуждены квалифицировать поведение осторожного человека, который придает большое значение этой дисперсии, как иррациональное. Но такую точку зрения, очевидно, невозможно защитить.

⁹ В частности, Баумоль (Baumol, 1951), де Финетти (Finetti, 1937), Фридмен и Сэвидж (Фридмен и Сэвидж, 1993 [1948]), Маршак (Marschak, 1950), Нейман и Моргенштерн (Нейман и Моргенштерн, 1970), Самуэльсон (Samuelson, 1952a; 1952b). Следует подчеркнуть, что Самуэльсон, который три года назад придерживался точки зрения, в целом аналогичной нашей, перешел с тех пор в другой лагерь.

или меньшие положительные или отрицательные эмоции, связанное с формой распределения вероятностей психологических значений, т.е. факторов I и IV в нашем анализе.

Следует отметить кстати, что эти факторы не считаются проявлением "иррациональности". Сторонники точки зрения американской школы признают, что шкала психологических значений выигрышей у "рационального" индивида может отличаться от шкалы денежных значений выигрышей, и что этот индивид может обладать большей или меньшей склонностью к безопасности или риску. Видимо, они полагают, что более предметная характеристика природы этих явлений относится к области психологии, а не "рациональности" индивидов.

Ниже мы приводим аргументацию, ставящую под сомнение правильность выражения (7) для описания поведения рационального человека. Наш тезис состоит не только в том, что формула Бернулли неспособна ни должным образом описать поведение реального человека, ни позволить определить абсолютное удовлетворение, но и в том, что зависимость между оценкой V и величинами g_i – даже для рационального человека – имеет в общем случае гораздо более сложную [нелинейную] форму:

$$\bar{s}(V) = f(g_1, g_2, \dots, g_n, p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (9)$$

так что в общем случае не существует показателя $B(g)$, удовлетворяющего формуле Бернулли.

Мы вполне допускаем, что рациональный человек может вести себя в соответствии с формулой Бернулли, но тогда его психологическая оценка неопределенных перспектив с необходимостью тождественна абсолютному удовлетворению, и мы имеем (с точностью до линейного преобразования)

$$B(g) \equiv \bar{s}(g).$$

Если он ведет себя в соответствии с формулой Бернулли, это происходит в силу его особого отношения к риску, которое делает его безразличным к дисперсии психологических значений. Но нет никакого основания полагать (даже совсем наоборот), что в общем случае дело обстоит именно так.

С учетом сказанного выше наша точка зрения сводится к тому, что психологическая теория риска американской школы, начиная с ее исходных аксиом, пренебрегает специфическим элементом психологии риска, а именно – дисперсией психологических значений выигрышей.

В данном случае научные дедукции американской школы не должны создавать иллюзий, – реальное значение имеют только исходные предпосылки и интерпретация результатов. Математическая разработка аналитического аппарата, какой бы сложной она ни была, не представляет интереса сама по себе (конечно, если мы не имеем в виду чисто математический интерес, который не должен приниматься во внимание с экономической точки зрения, которой следуем мы).

Сложность и научная ценность [формальных] дедукций ни при каких условиях не может придавать научную ценность их предпосылкам.

[...]

17. *Абстрактное определение рациональности.* Исключая псевдоопределение рациональности через следование аксиомам сторонников формулы Бернулли, американская школа не дает никакого четкого определения рациональности. Учитывая этот пробел, мы вынуждены использовать определение, которое, как нам представляется, вытекает из научной логики. Человек считается рациональным, когда он: (а) преследует непротиворечивые, согласующиеся между собой цели; и (б) использует средства, пригодные для достижения поставленных целей.

Из этого определения с очевидностью следует, что при выборе в условиях неопределенности поведение рациональных индивидов означает соблюдение трех условий: (1) область выбора является упорядоченной; (2) если из двух неопределенных перспектив первая во всех возможных случаях содержит более высокие выигрыши, чем вторая, то первой будет отдано предпочтение перед второй (это условие удобно называть, вслед за Массэ и Морля (Massé et Morlat, 1952), аксиомой абсолютного предпочтения); (3) используются объективные вероятности.

Условия (1) и (2) принимаются всеми; что же касается условия (3), то вряд ли можно настаивать на том, что объективные вероятности следует заменить субъективными вероятностями, которые были бы отличны от первых, ибо использование объективных показателей является условием научного подхода к проблеме.

Весьма важно подчеркнуть, что из условия непротиворечивости действий рационального индивида с неизбежностью вытекают только три этих вывода. В то же время, ни в коем случае нельзя согласиться с тем, что сама непротиворечивость этих действий обеспечивается пятым постулатом независимости Сэвиджа (Savage, 1952 [1954]) или принципом замещения Самуэльсона (Samuelson, 1952a, 1952b).

В конечном счете, используя вышеприведенные обозначения, рациональная психология в самом общем виде будет, на наш взгляд, выражаться формулой

$$\bar{s}(V) = h[\psi(\gamma)],$$

где h является функцией плотности объективных вероятностей $\psi(\gamma)$ психологических значений выигрышей, которая вводится просто для обеспечения соблюдения аксиомы абсолютного предпочтения.

Нет никаких оснований, в частности, для того, чтобы считать иррациональным поведение человека, не соответствующее формуле

$$\bar{s}(V) = \sum p_i \bar{s}(g_1),$$

ибо нельзя считать иррациональным психологическое отношение к риску, которое учитывает *дисперсию* психологических значений.

Действительно, нельзя считать иррациональным осторожного человека, который выбирает перспективу с *меньшим математическим ожи-*

данием психологических значений, если оно сочетается с более слабой дисперсией. Нельзя также считать иррациональным индивида, который любит риск как таковой, т.е. индивида, который предпочитает иметь перспективу с меньшим математическим ожиданием психологических значений при условии, что он будет располагать возможностями получить весьма высокий психологический выигрыш. Если угодно, можно сказать, что такой индивид неосторожен, и это вполне может быть верно¹⁰, но ни в коем случае нельзя утверждать, что он иррационален.

Нельзя не подчеркнуть, что кроме условия непротиворечивости не существует иного критерия рациональности целей, рассматриваемых самих по себе. Эти цели совершенно произвольны. Предпочтение неопределенных перспектив с весьма сильной дисперсией может казаться нерациональным осторожному человеку, но для того, кто склонен к такому предпочтению, оно не заключает в себе ничего иррационального. Здесь дело обстоит так же, как в области вкусов. Они таковы, каковы есть, и именно поэтому разные индивиды отличаются друг от друга.

18. *Экспериментальное определение рациональности.* Если нет желания или же возможности прибегать к абстрактному определению рациональности, можно воспользоваться экспериментальными данными, основанными на наблюдении за действиями людей, в отношении которых есть основания полагать, что они ведут себя рационально¹¹.

Опровержение формулы Бернулли

19. *Условия опровержения формулы Бернулли.* Для этого (поскольку формула претендует на общность) достаточно представить *единственный пример* рационального поведения, которое не соответствовало бы или ей самой, или какой-либо из систем постулатов, эквивалентных этой формуле.

С учетом этого уточнения наше опровержение формулы Бернулли будет состоять из двух частей. В первой из них мы покажем, почему в том случае, когда рациональность определена абстрактно, поведение рационального человека не обязательно соответствует этой формуле. Во второй части мы рассмотрим некоторые примеры поведения людей, которое общественное мнение считает рациональным, и которое тем не менее несовместимо с формулой Бернулли. Для упрощения мы

¹⁰ Хотя в ряде случаев осторожный и рациональный индивид вполне может ориентироваться на более сильную дисперсию, а не на более высокое математическое ожидание.

¹¹ На наш взгляд, сторонники формулы Бернулли должны были бы дать ясный ответ на три следующих вопроса: (1) считаете ли вы, что ваши аксиомы прямо или косвенно являются критерием рациональности? (2) При отрицательном ответе, допускаете ли вы возможность абстрактного определения рациональности и какого? (3) Если нет иного абстрактного определения, нежели то, которое сводится к следованию вашим аксиомам, допускаете ли вы, что рациональность может определяться путем наблюдения за поведением людей, которые, по общему мнению, считаются рациональными?

будем рассматривать случай единичного выбора в условиях неопределенности – впрочем, эти же рамки установили сами сторонники американской школы.

А. Опровержение формулы Бернулли, исходя из абстрактного принципа рациональности.

20. Из определения рациональности не выводится формула Бернулли. Напомним, что если принять данное нами определение рациональности (а помимо этого определения не было предложено никакого другого, кроме псевдодефиниций, которые в интересующем нас споре ведут лишь к тавтологиям), то *единственными логическими следствиями* рационального поведения являются: а) упорядоченность области выбора; б) использование объективных вероятностей; в) соблюдение аксиомы абсолютного предпочтения¹².

Нетрудно показать, что из этих трех свойств невозможно вывести существование такого показателя $B(g)$, чтобы

$$B(V) = \sum_i p_i B(g_i),$$

где V – значение неопределенной перспективы

$$(g_1, g_2, \dots, g_n, p_1, p_2, \dots, p_n).$$

(см. наши доказательства этого в Allais, 1952)

Из этого следует: (1) чтобы быть рациональным, данный индивид не обязательно должен вести себя так, как того требует формула Бернулли; (2) что в реальности – поскольку следствия абстрактного определения рациональности задают менее жесткие ограничения, нежели аксиомы бернуллианской школы, – эти аксиомы содержат дополнительно нечто такое, что в действительности может быть иррациональным!

21. *Поведение, удовлетворяющее аксиоме абсолютного предпочтения и расходящееся с формулой Бернулли.* Нетрудно привести чрезвычайно простые примеры психологических решений, которые удовлетворяют аксиоме абсолютного предпочтения и не удовлетворяют формуле Бернулли.

22. *Выбор между различными выигрышами g с вероятностью p .* Предположим, что индивид должен выбрать между неопределенными перспективами, каждая из которых состоит из выигрыша g_i с вероятностью p_i и предположим, что его показатель предпочтения* равен

¹² Следует заметить (и это замечание имеет чрезвычайно важное значение), что мы не определили рациональность через аксиому абсолютного предпочтения. Если бы мы так поступили, то мы впали бы в ту же самую ошибку, что и представители американской школы. Аксиома абсолютного предпочтения является лишь *следствием* непротиворечивости преследуемых индивидом целей.

* Здесь идет речь о функции предпочтения, построенной для всех пар значений выигрышей g и вероятностей p потерять сумму, большую некоторой субъективно допустимой для индивида. Величина $S = f(g, p)$, таким обра-

$$S = f(g, p). \quad (10)$$

Эта функция удовлетворяет аксиоме абсолютного предпочтения, если мы имеем одновременно

$$\frac{\partial f}{\partial g} > 0, \quad \frac{\partial f}{\partial p} > 0, \quad (11)$$

но она не удовлетворяет в общем виде формуле Бернулли, поскольку последняя требует

$$S = F[pB(g)], \quad (12)$$

где F и B – возрастающие функции; иначе говоря, величина показателя предпочтения есть возрастающая функция произведения $pB(g)$.

Таким образом, подтверждается, что формула Бернулли накладывает на функцию предпочтения гораздо более сильные ограничения, чем аксиома абсолютного предпочтения.

[...]

Б. Опровержение принципа Бернулли, исходя из экспериментального определения рациональности.

25. Если вместо абстрактного определения рациональности, которое приводит к тавтологическим предложениям, использовать экспериментальное определение, исходящее из наблюдений за тем, что делают рациональные люди, сведущие в расчете вероятностей, то формуле Бернулли или какой-либо из эквивалентных ей систем аксиом или постулатов можно противопоставить следующие эмпирические факты:

26. (1) *Поведение очень осторожных людей при выборе в условиях неопределенности и малых ставках.* В локальной области, при малых значениях выигрышей g , можно считать, что значения показателя $B(g)$ изменяются практически линейно, так что в этом случае исключается влияние кривизны функции полезности. Следовательно, если бы существовал показатель Бернулли, то мы должны были бы иметь

$$V = \sum p_i g_i,$$

иначе говоря, значение неопределенной перспективы было бы равно ее математическому ожиданию.

Вместе с тем опыт показывает, что очень осторожные люди, чьих общественное мнение считает рациональными, могут предпочесть гарантированные 40 франков одному шансу из двух выиграть 100 франков или же гарантированные 400 франков одному шансу из двух выиграть 1000 франков. Раз этот вопрос поставлен, то следует, естественно, уточнить, что речь идет о *единичном* предложении, которое более не повторится, и, следовательно, об *единичном* выборе.

зом, определяет линии уровня этой функции, т.е. является ординальным показателем предпочтения. – *Прим.ред.*

Эта экспериментальная констатация бесспорна, и не видно, каким образом – с рациональной точки зрения – можно было бы критиковать индивида, отдающего однозначное предпочтение надежности. Подобное поведение опровергает, следовательно, фундаментальное положение американской школы¹³.

27. (2) *Выбор из неопределенных перспектив в окрестности достоверности, опровергающий принцип независимости Сэвиджа.* Согласно пятому постулату Сэвиджа, порядок предпочтения двух неопределенных перспектив, имеющих общую часть, не изменяется при каком-либо смещении их общей части. Это свойство можно назвать принципом независимости, так как оно выявляет суть формулы Бернулли. Его можно проиллюстрировать следующим образом. Возьмем урну, содержащую n одинаковых шаров, с вероятностью выпадения $1/n$. С каждым из них связывается выигрыш g_i . Геометрически эту неопределенную перспективу можно представить в виде ступенчатой кривой I на рис. 6, где каждая ступень имеет длину по абсциссе $1/n$, и ей соответствует выигрыш g_i , отложенный по ординате. Выигрыши ранжированы в возрастающем порядке слева направо.

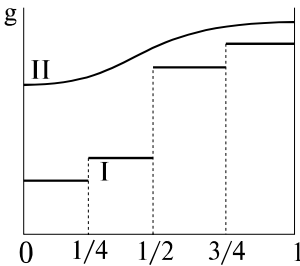


Рис. 6

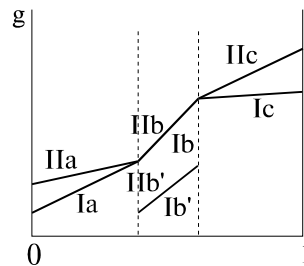


Рис. 7

В самом общем виде мы получим, естественно, непрерывную кривую типа II на рис. 6.

Пятый постулат Сэвиджа состоит в утверждении, что если две эквивалентные неопределенные перспективы I и II (см. рис. 7) имеют общую часть Ib и IIb, то они остаются эквивалентными и тогда, когда эта общая часть претерпевает смещение, которое переводит ее, например, в Ib', IIb'.

Но на самом деле если две эквивалентные перспективы имеют общую часть, то нет никакого необходимого основания для сохранения их эквивалентности при смещении этой общей части. Напротив, оче-

¹³ Подчеркнем, что Сэвидж возразил нам, что такое поведение могло бы объясняться весьма сильной кривизной функции полезности. Это объяснение, кажущееся а priori мало правдоподобным, является, естественно, теоретически возможным, но фактически оно опровергается тем фактом, что функция полезности, определяемая путем анализа других перспектив выбора в условиях неопределенности, имеет слабый изгиб для малых сумм. Отсюда следует, что не существует общего показателя, способного объяснить выбор в условиях неопределенности с помощью формулы Бернулли.

видно, что подобное смещение изменяет форму распределения вероятностей психологических значений.

Нетрудно привести многочисленные примеры того, как люди, считающиеся вполне рациональными, ведут себя не так, как предсказывает фундаментальный постулат Сэвиджа, причем без каких-либо колебаний¹⁴.

Чтобы сделать это, достаточно рассмотреть крайние случаи, когда преимущества (или неудобства), вызванные добавлением новых исходов, становятся особенно очевидными. Таков, в частности, случай выбора между достоверными и неопределенными выигрышами, размер которых велик относительно состояния игрока.

В подобных случаях можно наглядно продемонстрировать, что достоверность сама по себе может быть преимуществом, имеющим большое психологическое значение.

На рисунках 8 и 9 дано геометрическое представление двух следующих вопросов:

(1) *Предпочитаете ли вы ситуацию А ситуации В?*

Ситуация А: достоверное получение 100 млн. франков

Ситуация В: 10 шансов из 100 выиграть 500 млн. франков
89 шансов из 100 выиграть 100 млн. франков
1 шанс из 100 не выиграть ничего.

(2) *Предпочитаете ли вы ситуацию С ситуации D?*

Ситуация С: 11 шансов из 100 выиграть 100 млн. франков
89 шансов из 100 не выиграть ничего.

Ситуация D: 10 шансов из 100 выиграть 500 млн. франков
90 шансов из 100 не выиграть ничего.

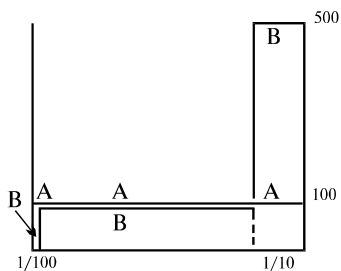


Рис. 8

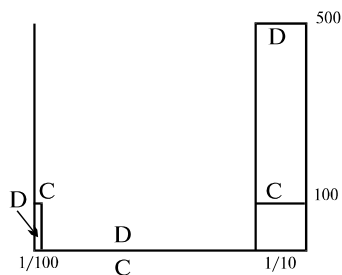


Рис. 9

¹⁴ В ходе опроса, организованного нами после коллоквиума по проблемам риска, состоявшегося в Париже в мае 1952 г., мы использовали множество примеров этого типа. Укажем здесь, что все тесты, к которым мы прибегали, исходили из той основной идеи, что психологическое значение выигрыша с одной вероятностью не является независимым от выигрышей с другими вероятностями, как это предполагается формулой Бернулли.

Если справедлив постулат Сэвиджа, то предпочтение

$$A > B$$

должно было бы повлечь за собой предпочтение

$$C > D.$$

Однако для большинства очень осторожных людей, кривизна функции удовлетворения которых не слишком велика, и которых общественное мнение считает весьма рациональными, наблюдаются ответы

$$A > B, \quad C < D.$$

которые противоречат пятому постулату Сэвиджа.

Можно заметить, что математическое ожидание выигрыша в ситуациях A , B , C и D , равно (в миллионах франков):

$$a = 100, \quad b = 139, \quad c = 11, \quad d = 50.$$

Учитывая кривизну своих функций удовлетворения и преимущества надежности, большая часть осторожных людей предпочитает перспективу (ситуацию) A несмотря на то, что ее математическое ожидание примерно на 40 процентов ниже, чем в случае B , но эта кривизна обычно недостаточна, чтобы они не считали перспективу C лучше перспективы D , так как для них соотношение математических ожиданий равно 1 : 5.

Уместно заметить, что для ситуаций C и D эффект дополнительности, соответствующий одному шансу из 100 не выиграть ничего, является слабым.

Этот пример хорошо показывает псевдоочевидный характер пятого постулата Сэвиджа. Если столько людей так легко принимают эту аксиому, то это происходит потому, что они не замечают всех ее следствий, некоторые из которых не соответствуют требованиям рациональности, а в отдельных психологических ситуациях могут соответствовать совершенно иррациональному поведению (например, в вышеуказанном случае, когда речь идет о чрезвычайно осторожном индивиде, для которого психологическое значение выигрыша существенным образом возрастает в окрестности 100 млн. франков).

28. (3) Выбор в условиях неопределенности в окрестности достоверности, опровергающий принцип замещения Самуэльсона.

То же самое можно сказать относительно принципа замещения Самуэльсона – никак нельзя считать, что он может быть принят с рациональной точки зрения. Этот принцип сводится к следующему. Возьмем две эквивалентные перспективы (P_1) и (P_2) , при этом эквивалентность записывается символически так:

$$(P_1) = (P_2).$$

Принцип замещения гласит, что для любой неопределенной перспективы (P_3) при некотором $0 < \alpha < 1$ мы должны иметь

$$(p'_1) \equiv \alpha(p_1) + (1-\alpha)(p_3) = \alpha(p_2) + (1-\alpha)(p_3) \equiv (p'_2),$$

где левая часть $[\alpha(p_1) + (1-\alpha)(p_3)]$ обозначает лотерейный билет, дающий вероятность α получить перспективу (P_1) и вероятность $(1-\alpha)$ получить перспективу (P_3) . Аналогичным образом, для порядка предпочтений из двух перспектив P_1 и P_2 , если мы имеем

$$(P_1) < (P_2), \tag{13}$$

то должны иметь

$$(P'_1) \equiv \alpha(P_1) + (1-\alpha)(P_3) = \alpha(P_2) + (1-\alpha)(P_3) \equiv (P'_2), \tag{14}$$

при любых α и (P_3) и обратно.

Как и раньше, мы будем обозначать через (P_1) и (P_2) составные перспективы для первого и второго членов отношения.

Утверждают, что принятие этого принципа оправдано, поскольку, независимо от того, осуществится событие $E\alpha$, вероятность наступления которого равна α или нет, индивид будет в конечном счете стоять перед двумя эквивалентными перспективами. Таким образом, порядок предпочтения (P_1) и (P_2) не меняется и в комбинации с какой-либо перспективой (P_3) . Это, очевидно, подразумевает, что не существует никакого эффекта дополнительности возможных исходов, который мог бы сделать порядок предпочтения обратным¹⁵.

¹⁵ Параллель с достоверными благами может особенно хорошо это продемонстрировать. Допустим, я рассматриваю три предмета мебели (M_1) , (M_2) , (M_3) и считаю, что (M_2) предпочтительнее, чем (M_1) ,

$$(M_1) < (M_2). \tag{I}$$

Из этого не следует, что считаю, будто

$$(M_1) + (M_3) < (M_2) + (M_3) \tag{II}$$

т.к. предмет (M_3) может быть *дополнительным* к предмету (M_1) , но не к предмету (M_2) , а это обстоятельство вполне может сделать предпочтение обратным. Во всяком случае условие (1) может повлечь за собой условие (2) лишь в том случае, если рассматриваемые блага являются *несвязанными*.

В качестве следствия принципа Самуэльсона применительно к достоверным благам, имеем отношение

$$\bar{S}(A, B, \dots, C) = \varphi(A) + \varphi(B) + \dots + \varphi(C), \tag{III}$$

где \bar{S} – абсолютное удовлетворение, или

$$S(A, B, \dots, C) = F[\varphi(A) + \varphi(B) + \dots + \varphi(C)], \tag{IV}$$

где S – ординальное удовлетворение, F – некоторая возрастающая функция. Мы видим, что между этим принципом и формулой Бернулли существует *весьма тесная связь*.

В действительности эта точка зрения неприемлема, так как она предполагает, что исход первой лотереи с вероятностями $[\alpha, (1-\alpha)]$ не оказывает влияния на последующее поведение индивида, тогда как это неверно: событие рассматривается ex post, в то время как его надо рассматривать ex ante.

Нетрудно привести примеры поведения людей, считающихся рациональными, которые опровергают этот постулат. Достаточно найти случаи, где (P_3) будет находиться в разных отношениях дополнительности (или недодополнительности) с (P_1) и (P_2) , изменяя порядок предпочтения.

Допустим, например, что (P_2) – достоверный выигрыш, а (P_1) – неопределенный. Тогда переход к любой сложной перспективе, состоящей из P_2 и какой-либо неопределенной перспективы P_3 приведет к утрате достоверности (т.е. дополнительного преимущества) – перспективы P_2 в правой части неравенства (18), в то время как с перспективой в левой части дело обстоит иначе.

Рассмотрим следующий случай:

$$(P_1) \left\{ \begin{array}{l} 500 \text{ млн. франков с} \\ \text{вероятностью } 98/100 \\ 0 \text{ с вероятностью} \\ 2/100 \end{array} \right. , (P_2) \left\{ \begin{array}{l} \text{Достоверно} \\ 100 \text{ млн. франков} \end{array} \right. , (P_3) \left\{ \begin{array}{l} \text{Достоверно} \\ 1 \text{ франк} \end{array} \right. .$$

Опыт показывает, что люди, которых считают вполне рациональными, но осторожными, предпочитают *достоверно* иметь 100 млн. франков при 98 шансах из 100 выиграть 500 млн. франков, сопровождаемую двумя шансами из 100 не выиграть ничего. Следовательно, для них мы будем иметь

$$(P_1) < (P_2). \tag{15}$$

Но опыт в то же самое время показывает, что они могут предпочесть 0,98 шанса из 100 выиграть 500 млн. франков (математическое ожидание равно 4,9 млн.) одному шансу из 100 выиграть 100 млн. франков (математическое ожидание равно 1 млн.), потому что в отдалении от области достоверности они взвешивают психологические значения в соответствии с объективными вероятностями, т.е. по правилу

$$\bar{s}(V) = \sum P_i \bar{s}(g_i)$$

и их функции $s(g)$ таковы, что психологическое значение 500 млн. франков, явно выше, чем психологическое значение 100 млн. франков.

Итак, это второе предпочтение показывает, что для таких людей справедливо

$$(P'_1) \equiv \frac{1}{100}(P_1) + \frac{99}{100}(P_3) > (P'_2) \equiv \frac{1}{100}(P_2) + \frac{99}{100}(P_2).$$

Действительно, мы имеем

$$(P'_1) = \frac{1}{100}(P_1) + \frac{99}{100}(P_3) \equiv \begin{cases} 500 \text{ млн. франков } 0.98/100 \\ 1 \text{ франк с вероятностью } 99/100 \\ 0 \text{ с вероятностью } 0.02/100 \end{cases}$$

т.е. практически

$$\begin{cases} 500 \text{ млн. франков } 0.98/100 \\ 0 \text{ с вероятностью } 0.98/100 \end{cases}$$

и

$$(P'_2) = \frac{1}{100}(P_2) + \frac{99}{100}(P_3) \equiv \begin{cases} 100 \text{ млн. франков } 1/100 \\ 1 \text{ франк с вероятностью } 99/100 \end{cases}$$

или, что то же самое,

$$\begin{cases} 100 \text{ млн. франков } 1/100 \\ 0 \text{ с вероятностью } 99/100 \end{cases}$$

Это – экспериментальная констатация, опровергающая принцип замещения Самуэльсона.

Вряд ли кто-либо решится утверждать, что люди, придающие большое значение достоверности, а в ситуации, далекой от полной определенности, взвешивающие психологические значения выигрышей в соответствии с их вероятностями, ведут себя иррационально. А если этот некто существует, то мы очень хотели бы познакомиться с его аргументацией!

29. (4) *Поведение предпринимателей в случае, когда возможны большие проигрыши.* Наблюдение показывает, что осторожные предприниматели ведут себя так, как будто они выбирают между возможным выигрышем M и вероятностью q проигрыша, превышающего P , иначе говоря, их показатель предпочтения имеет вид¹⁶

$$S = f(M, q) \tag{16}$$

при

$$\frac{\partial S}{\partial M} > 0, \frac{\partial S}{\partial q} < 0. \tag{17}$$

С того момента как вероятность проигрыша q становится ощутимой, для того, чтобы предприниматели пошли на риск, необходимо значительно увеличить вероятный выигрыш. Те, кто весьма осторожен, просто-напросто будут исключать все неопределенные перспективы,

¹⁶ В такой ситуации будет находиться индивид, который должен выбрать между своим возможным выигрышем после n ходов и соответствующей вероятностью разорения до этого.

при выборе которых вероятность разорения превышает определенную величину.

Итак, мы видели, что предпочтение типа (21) удовлетворяет аксиоме абсолютного предпочтения и не может удовлетворять формуле Бернулли, за исключением случая, когда последняя имеет форму

$$S = f(M - aq).$$

Если допустить, что M растет гораздо быстрее, чем q для данной функции предпочтения – что психологически представляется весьма естественным и, разумеется, вполне рациональным¹⁷, – то подобная линейность этой функции абсолютно исключается¹⁸.

¹⁷ Действительно, можно ли считать нерациональным человека, который при каждом выборе в условиях неопределенности выбирает между возможным выигрышем M и вероятностью q проигрыша, превосходящего некоторую сумму X , которую он не хочет ни в коем случае превысить? При малых значениях M и q он ведет себя согласно формуле Бернулли (параллельные прямые), но полностью отказывается от участия в любом предприятии, сулящем для него потерю суммы X с вероятностью более 90%, как показано на рис. 1.

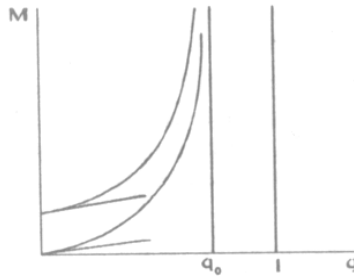


Рис. 1.

Линии уровня функций предпочтения для такого человека могли бы иметь указанную здесь форму, совершенно несовместимую в общем случае с формулой Бернулли.

¹⁸ Если предположить (что представляется психологически приемлемым), что функции психологического предпочтения непрерывны в условиях неопределенности, то эти функции не могут быть линейными типа

$$S = S(M - aq). \tag{I}$$

Действительно, рассмотрим сумму M_0 , психологическое значение которой было бы ощутимым, например, $M_0 = 1$ млн. франков (см. рис. II). На той же линии уровня будем иметь

$$1 = M - aq. \tag{II}$$

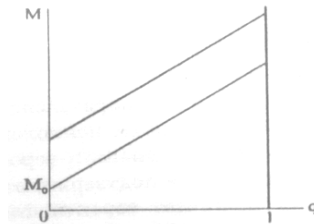


Рис. II

Во всяком случае, все формы поведения, соответствующие каким-либо функциям $S = f(M, q)$ и удовлетворяющие общим условиям (17), представляются нам психологически приемлемыми, и мы не видим, по какой причине их можно было бы квалифицировать как иррациональные¹⁹.

Нетрудно показать на особом примере, к каким недопустимым выводам ведет формула Бернулли. Так, возьмем человека, чье состояние равно 5 млн. франков, и который ведет себя следующим образом: (1) колеблется, решая, соглашаться ли на неопределенную перспективу со средним выигрышем M и возможным разорением с вероятностью P ; (2) соглашается участвовать в игре, которая дает ему вероятность $(1 - 10^{-9})$ выиграть 100 млн. франков и вероятность 10^{-9} быть разоренным; (3) отказывается участвовать в игре, где, *каким бы ни был выигрыш*, он разоряется с вероятностью $1 - 10^{-9}$ и выигрывает с вероятностью 10^{-9} .

Кто сможет утверждать, что такой человек иррационален? Он принимает вторую перспективу, поскольку она дает ему практически абсолютную гарантию выиграть 100 млн. франков²⁰, и отвергает тре-

Это выражение означает, что любая неопределенная перспектива, дающая вероятный выигрыш в M млн. при вероятности разорения q оценивается в 1 млн. франков.

Однако при $q = 1$ разорение является достоверным и значение такой перспективы не может быть равно 1, каким бы ни был вероятный выигрыш. Формула, следовательно, является психологически недопустимой, так как с психологической точки зрения никакая линия уровня не может пересечь вертикаль $q = 1$ (см. рис. III).

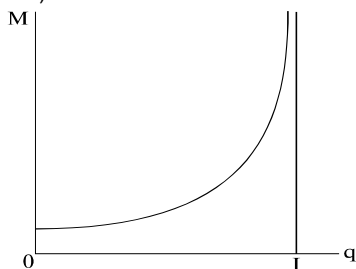


Рис. III

¹⁹ Интересно отметить, что если бы правило поведения отвергало всякую неопределенную перспективу, в которой с вероятностью q (превышающей некоторое ϵ , заданное наперед) проигрывается больше P , а принцип выбора из всех остающихся перспектив состоял бы в максимизации вероятного значения психологического выигрыша, то в этом случае формула Бернулли была бы применима. Действительно, было бы достаточно взять для $V(q)$ значение $-\infty$ для всех выигрышей, меньших P .

Но в действительности наблюдается определенная психологическая зависимость между этим вероятным значением психологического выигрыша в неисключенных из рассмотрения перспективах и вероятностью q . В этом случае формула Бернулли, в общем случае, не подтверждается.

²⁰ Напомним, что Борель оценивает вероятность, которой человек может пренебречь, в 10^{-6} (Borel, 1939, p.108). Следовательно, можно считать, что

тью, так как она практически гарантирует ему разорение. Однако легко увидеть что подобное поведение абсолютно противоречит формуле Бернулли²¹.

Нам могут, конечно, возразить, что здесь речь идет о крайнем случае, но, чтобы выявить абсурдные следствия теории, как раз и следует приводить в пример случаи, где абсурдность становится очевидной. Как уже указывалось, среди всех возможных исходов нам достаточно найти *единственный случай*, когда ошибочность формулы Бернулли была бы очевидной, чтобы опровергнуть ее в целом.

В случае индивидуального выбора в условиях неопределенности, когда речь идет о людях одновременно разумных и осторожных, поведение, аналогичное вышеописанному, наблюдается весьма часто. Такие люди, действительно, начинают с установления *максимального* проигрыша, который они не хотят превысить *ни в коем случае*, а затем они производят определенный выбор между математическим ожиданием выигрыша и вероятностью своего разорения. Но речь здесь идет не о

вероятность $(1 - 10^{-9})$ эквивалентна абсолютной достоверности с человеческой точки зрения.

²¹ Действительно, из приведенных выше замечаний следует, что для рассматриваемого индивида

$$S = f(M - aq).$$

Если он согласен участвовать в игре, которая обеспечивает ему вероятность $(1 - p_0)$ выиграть n_0 млн. франков и вероятность p_0 оказаться разоренным, т.е. потерять свое состояние F , то

$$F < (1 - p_0)n_0 - p_0F - ap_0.$$

Если он отказывается от участия в игре, каким бы ни был выигрыш в n_1 млн. франков при вероятности $(1 - q_1)$ оказаться разоренным, то

$$F > q_1 n_1 - (1 - q_1)F - a(1 - q_1)$$

при любом n_1 .

Эти два условия, разумеется, противоречат одно другому, поскольку невозможно, чтобы

$$[q_1 n_1 - (2 - q_1)F] / (1 - q_1) < [(1 - p_0)n_0 - (1 + p_0)F] / p_0$$

при любом n_1 .

В приводимом в тексте примере это неравенство запишется так:

$$p_1 < 195 \cdot 10^{18}.$$

Чтобы изменить знак неравенства, надо, следовательно, взять огромное значение n_1 , но *совершенно ничто не мешает нам сделать это*, поскольку предполагается, что индивид сохраняет свои предпочтения (3), *каким бы ни было n_1* .

Мы видим, что этот пример тесно связан с тем, что мы говорили в сноске 18 о невозможности представить себе линии уровня, которые пересекали бы вертикаль $q = 1$ иначе как в бесконечности.

математическом ожидании M денежных значений выигрышей g , а о математическом ожидании μ их психологических значений γ , так что мы имеем

$$S = S(\mu, q).$$

Как мы уже указывали, подобное поведение совершенно несовместимо с формулой Бернулли, кроме исключительного случая, когда психологическое значение линейно зависит от денежного выигрыша, а S имеет форму

$$S = S(M-aq).$$

30. *Поведение рационального человека и существование показателя Бернулли.* Таким образом, как из абстрактного определения рациональности, так и из наблюдения за поведением людей, которых можно считать рациональными, следует, что для рационального человека не существует в общем случае такого показателя оценки неопределенной перспективы $B(x)$, чтобы выбор оптимальной перспективы мог бы определяться максимизацией математического ожидания $\sum p_i B(x_i)$.

ЛИТЕРАТУРА

- Нейман Дж. фон и Моргенштерн О.** Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.
- Фридмен М. и Сэвидж Л.Дж.** Анализ полезности при выборе среди альтернатив, предполагающих риск. В.: Теория потребительского поведения и спроса. Вехи экономической мысли, вып.1. СПб.: Экономическая школа, 1993, с.208–249.
- Allais M.** *Traité d'économie pure*, Paris: Imprimerie Nationale, 1953.
- Allais M.** Notes théoriques sur l'incertitude de l'avenir et le risque. Mémoire présenté au Congrès européen d'économetrie de Louvain, Septembre 1951.
- Allais M.** Fondements d'une théorie positive des choix comportant un risque et critique des postulats et axiomes de l'école américaine. Mémoire présenté au Colloque International sur le risque. Paris: CNRS, mai 1952.
- Allais M.** La Psychologie de l'homme rationnel devant le risque: La théorie et l'expérience // Journal de la Société de Statistique de Paris, Janvier 1953, p. 47–72. (Suite a paraître).
- Allais M.** Les théories de la psychologie du risque de l'école américaine // Revue d'Economie Politique, 1954.
- Armstrong W.E.** The Determinateness of the Utility Function // Economic Journal, September 1939, p.453–467.
- Bachelier L.** Calcul des probabilités, Paris: Gautier Villars, 1912.
- Baumol W.J.** The Neumann-Morgenstern Utility Index – An Ordinalist View // Journal of Political Economy, February 1951, v.59, p.61–66.
- Borel E.** Valeur pratique et philosophique des probabilités, Paris: Gauthier Villars, 1939.

- Borel E.** Le jeu, la chance et les théories scientifiques modernes. Paris: Gallimard, 1941.
- Finetti D. de.** La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives // Annales de l'Institut Poincaré, 1937, v.7, p.571-582.
- Friedman M. and Savage L.J.** The Expected Utility Hypothesis and the Measurability of Utility // Journal of Political Economy, December, 1952, v.60.
- Lange O.** The Determinateness of the Utility Function // Review of Economic Studies, June, 1934, p. 218-225.
- Levy P.** Calcul des probabilités, Paris: Gauthier Villars, 1925.
- Massé P.** Les réserves et la régulation de l'avenir dans la vie économique, Paris: Hermann, 1946.
- Massé P.** Réflexions sur les comportements rationnels en économie aléatoire, manuscrit pas publié, 1952.
- Massé P. et Morlat R.** Sur le classement économique des perspectives aléatoires. Mémoire présenté au Colloque International sur le risque. Paris: CNRS, mai 1952.
- Marschak J.** Rational Behavior, Uncertain Prospects and Measurable Utility // Econometrica, April 1950, v.18, p.111-141.
- Marschak J.** Why "Should" Statisticians and Businessmen Maximize Moral Expectation? // Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Berkeley: University of California Press, 1951.
- Mosteller F. and Noguee P.** An Experimental Measurement of Utility // Journal of Political Economy, October, 1951, p.371-404.
- Samuelson P.A.** Utility, Preference and Probability. Mémoire présenté au Colloque International sur le risque. Paris: CNRS, mai 1952.
- Samuelson P.A.** Properties of Regular Means and of Bernoulli Means, manuscrit mimeo, M.I.T. and RAND, June 1952.
- Savage L.J.** An Axiomatization of Reasonable Behavior in the Face of Uncertainty. Communication présenté au Colloque International sur le risque. Paris: CNRS, mai 1952.